

Extrait du Laboratoire Disciplinaire Pensée des Sciences

<http://www.pensee-sciences.ens.fr>

# **Un siècle de Mathématique à l'École Normale Supérieure de Pise**

Date de mise en ligne : mardi 24 octobre 2006

---

**Laboratoire Disciplinaire Pensée des Sciences**

---

Introduction à l'histoire d'un siècle de mathématique à l'École Normale Supérieure de Pise (1862-1961) par Enrico MAGENES (traduit de l'Italien par Charles Alunni) *Entretien tenu le 17 octobre 1998 durant l'Assemblée de l'Association Élèves, Chercheurs & Professeurs de la Scuola Normale Superiore de Pise*

Lorsque au cours du mois de juillet, notre Président (Luigi RADICATI di BROZZOLO - Ndt) me demanda d'intervenir sur la Mathématique à l'École Normale dans la période qui suivit la seconde guerre mondiale, je n'hésitais pas à répondre positivement. Il me semblait qu'il était de mon devoir de satisfaire ce désir manifesté par Radicati, étant donné que je suis l'un des plus anciens membres de cette Association : j'ai, en effet, intégré l'École en novembre 1941, et j'ai également été membre de la première Association, celle d'A. Mancini et de G. Sansone, créée en 1950. Mais j'ai fait preuve de naïveté en proposant un titre trop prétentieux et quelque peu grandiloquent : « Un siècle de Mathématique à l'École Normale à partir de 1862 », en pensant ainsi éviter d'avoir à parler de la période la plus récente, bien plus comprométante pour moi, qui démarre à la fin des années '50. C'est une époque où, pour utiliser une métaphore sportive, se constitua grâce au manager mathématicien par excellence que fut S. Faedo, la fantastique équipe formée par A. Andreotti, I. Barsotti, E. De Giorgi, G. Stampacchia, E. Vesentini, et qui fut rejointe ensuite par G. Prodi et E. Bombieri. Mais je ne tenais pas compte alors de ce à quoi j'avais toujours pensé, à savoir que l'histoire de la mathématique reste l'un des chapitres les plus difficiles de notre discipline car, si l'on veut véritablement faire de l'histoire des idées, elle réclame des connaissances extrêmement vastes, que de toute évidence je ne possède pas, et que seul, peut-être, un groupe bien entraîné d'illustres mathématiciens, comme par exemple le groupe français BOURBAKI, est en mesure de posséder.

C'est ainsi que je fus amené à modifier mon titre, précisant qu'il s'agissait de proposer une recherche à développer, et donc, d'une simple introduction. En tout état de cause, me voici devant vous, habité par l'espoir de tenir un discours point trop ennuyeux et audible pour les non mathématiciens.

Avant tout, je désirerais remercier les amis que j'ai pu importuner, et qui m'ont donné des informations utiles ; par ordre d'"ancienneté normalienne" : notre Décan G. Dantoni, encore extrêmement alerte malgré son âge, ainsi que S. Faedo, G. Zappa, G. Torrigiani, R. Conti, C. Mammana, V. Villani, F. Conti, sans oublier notre Président Radicati, E. Vesentini, ainsi que notre secrétaire Vallerini.

Que devrait donc comporter une histoire de la mathématique à l'École Normale ? On devrait traiter de la mathématique qui y fut réellement enseignée et qui y fut l'objet de recherches, ainsi que de ceux qui en furent les protagonistes. Elle ne devrait donc pas prendre en compte tous les mathématiciens de ce siècle qui, ex-normaliens, furent aussi nombreux qu'éminents. Il me semble en fait que nombre d'élèves qui ont illustré cette École durant toute cette période (comme par exemple S. Pincherle, M. Pieri, M. Cipolla, G. Lauricella, G. Fubini, A. Signorini, L. Fontappiè, M. Pastori, G. Zappa, ou F. Enriques qui y a même fait de nombreuses visites pour y rechercher des assistants de valeur), jusqu'aux normaliens de ma propre génération comme R. Conti, G. Colombo, G. Darbo, M. Dolcher, P. Salmon, n'y ont pas développé, après leur séjour comme élèves ou doctorants, d'activité officielle ou constante ; mis à part des conférences ou des séjours occasionnels, ils n'ont eu aucune influence directe notable sur la mathématique de l'École. Il existe déjà sur ce sujet deux essais de G. Sansone [1] et un mémoire de F. Tricomi [2], sans parler des commémorations parues dans le Bulletin de l'Union Mathématique Italienne, et dans les Comptes-rendus des différentes Académies italiennes et étrangères, ou, pour bon nombre d'entre eux, des volumes d'« Ruvres » publiées après leur mort.

Salvatore PINCHERLE Guido FUBINI

Il ne me paraît pas plus justifié de prendre en considération les physiciens ex-normaliens ou professeurs à l'École qui ont néanmoins pu apporter des contributions notables à la mathématique.

Par contre, je considère qu'il faut intégrer ces mathématiciens non normaliens et professeurs dans d'autres institutions, qui ont tenu à l'École des cours intensifs, décisifs pour les étudiants qui les ont suivis.

Il serait peut-être opportun de rappeler brièvement l'histoire de l'École Normale en tant qu'institution, en nous référant aux différents Statuts, et à propos de laquelle existent déjà d'intéressantes publications : des Annuaire de l'École [3] avec les différents articles qu'ils recueillent, aux travaux de T. Tomasi - N. Sistolì Paoli [4], E. Vesentini [5], L. Radicati [6], en passant par le Cahier « Â S.N.S. 1813-1988 Â » [7]. En gros, nous savons que,

fondée à l'initiative de Napoléon en 1813 et à l'exemple des Grandes Écoles (en français dans le texte - NdT) françaises, la Scuola Normale tomba rapidement en sommeil jusqu'en 1847, date à laquelle elle fut «[À réveillée](#)» par le Grand Duc de Toscane Léopold<sup>II</sup> ; mais la naissance réelle de l'École Normale date de 1862, lorsque la réforme "De Sanctis-Matteucci" la transforma d'École grand-ducale en École Normale Supérieure du Royaume d'Italie. De même que nous connaissons l'Ruvre de Gentile, qui culmina avec le nouveau Statut de 1932, l'agrandissement de son siège, et l'augmentation considérable du nombre de postes.

Si maintenant nous entrons plus profondément dans l'argument «[À mathématique](#)», il me semble que le siècle en question peut être divisé, du moins formellement, en cinq périodes<sup>À</sup> :

- la première, de 1862 à 1892, qu'on pourrait appeler période E. Betti<sup>À</sup> ;
- la deuxième, de 1893 à 1918, qu'on pourrait appeler période U. Dini<sup>À</sup> ;
- la troisième, de 1919 à 1928, qu'on pourrait appeler période L. Bianchi<sup>À</sup> ;
- la quatrième, de 1929 à 1945, qu'on pourrait appeler période L. Tonelli<sup>À</sup> ;
- une cinquième enfin qui commence en 1946.

En réalité, cette division est quelque peu grossière<sup>À</sup> ; par exemple, l'influence de Dini se fit déjà sentir durant la première période, et celle de Bianchi, tant au cours de la première que de la deuxième. En réalité, je traiterai ensemble les trois premières périodes, y compris pour la raison que notre «[À histoire](#)» y est plus facile à reconstruire, étant donné qu'on peut accéder à différents travaux déjà publiés, comme ceux de U. Bottazzini<sup>À</sup> [8], K. H. Parshall<sup>À</sup> [9], L. Tonelli<sup>À</sup> [10], en plus des travaux déjà mentionnés, ainsi que des Oeuvres de E. Betti<sup>À</sup> [11], de L. Bianchi<sup>À</sup> [12], de U. Dini<sup>À</sup> [13], et de V. Volterra<sup>À</sup> [14].

Federigo ENRIQUES

L'histoire de la mathématique à l'École Normale débute essentiellement avec la réforme de 1862 déjà rappelée. Le premier vrai protagoniste n'est autre qu'E. Betti, même s'il faut rappeler avant lui Ottaviano Mossotti, qui a très certainement influencé les jeunes élèves de l'École grand-ducale. Mossotti, qui fut professeur à l'Université de Pise de 1841 à 1863, fut une figure exemplaire non seulement en tant que savant et enseignant (il peut être considéré comme l'un des initiateurs en Italie des études de physique-mathématique, et il fut le maître de Betti), mais également comme patriote (il participa vaillamment, comme Betti lui-même, à la bataille de Curtatone et de Montanara). Betti, qui fut professeur d'algèbre supérieure à Pise à partir de 1857, et qui succéda à Mossotti à la chaire de physique-mathématique en 1863, fut également directeur de l'École, de 1865 à 1892, à l'exception d'une courte interruption de 1874 à 1876 (due à des charges ministérielles à Rome), période durant laquelle il fut remplacé par Dini. Betti doit être considéré non seulement comme le fondateur de la mathématique à l'École Normale, mais également avec à ses côtés, E. Brioschi, E. Beltrami, F. Casorati, et L. Cremona, comme l'un des rénovateurs de l'école mathématique italienne du XIX<sup>ème</sup> siècle, c'est-à-dire comme l'un de ceux qui ont voulu, et qui ont su la réinsérer dans la grande tradition européenne, représentée en particulier par la France et par l'Allemagne. Son voyage à Göttingen, en compagnie de Brioschi et de Casorati, alors jeune élève de Brioschi à Padoue, fut absolument mémorable<sup>À</sup> ; au cours de ce voyage, les trois mathématiciens italiens rencontrèrent Dirichlet, Dedekind et Riemann à Göttingen, mais également Weierstrass, Kronecker et Kummer à Berlin, Hermite et Bertrand à Paris (cf. en particulier Bottazzini<sup>À</sup> [15]). À propos de l'Ruvre mathématique de Betti, permettez-moi de citer ce jugement de Tonelli<sup>À</sup> [16]<sup>À</sup> : «[À Resteront classiques les recherches de Betti, de caractère algébrique, relatives à la résolubilité par radicaux des équations de degré non premier](#) ; de même, ses démonstrations des théorèmes qu'Évariste Galois avait énoncés et qui, vingt ans après la mort du mathématicien français, restaient encore indémontrés. En théorie des espaces à plusieurs dimensions, et par un travail sur la connexion des surfaces, Betti introduisit ce nombre qui porte désormais son nom<sup>À</sup> ; puis, anticipant la construction grandiose de Weierstrass relative aux fondements de la théorie des fonctions elliptiques, il exposa le premier la décomposition des fonctions entières en facteurs premiers. Mais son activité la plus vaste et la plus complète concernera la physique-mathématique. Il rechercha une méthode générale pour l'intégration des équations de l'élasticité, qu'il devait fonder sur un théorème de réciprocity qui porte encore son nom, et qui s'exporte facilement dans d'autres théories de physique mathématique, démontrant partout son extraordinaire efficacité. Mais ces travaux de Betti furent également à l'origine d'une abondante série d'études entreprises, sous son inspiration directe ou indirecte, par Beltrami, Cerruti, Volterra, Lauricella, Somigliana, et par bien d'autres<sup>À</sup> ».

Enrico BETTI

Toujours à propos de Betti, il convient encore de noter ses contacts avec Riemann qui, initiés à Göttingen, s'intensifièrent durant le séjour du mathématicien allemand à Pise, entre 1863 et 1865, un séjour dû à des questions de santé [17], avant de devenir très amicaux et fondés sur une estime réciproque. Betti fit même proposer par l'Université de Pise une chaire à Riemann que celui-ci dû refuser à cause de l'aggravation de ses conditions de santé.

Entre 1864 et 1868, E. Beltrami, ami de Betti, fut également professeur à Pise ; ses fréquentes conversations avec Riemann et Betti eurent sur lui une grande influence. Ses importantes recherches concernant l'analyse appliquée à la géométrie, plus spécifiquement dans le cadre de la géométrie non-euclidienne et des espaces courbes, peuvent être considérées comme profondément inspirées de ses rencontres avec Riemann.

Eugenio BELTRAMI

Immédiatement après Betti, et de concert avec lui, c'est U. Dini qui devait contribuer de manière décisive aux études mathématiques à l'École Normale. Élève de Betti, de Beltrami et de Mossotti, Dini y fut élève en 1863 et 1864. Il passa ensuite un an à Paris pour suivre essentiellement les cours de Bertrand et de Serret, tout en restant en contact épistolaire permanent avec Betti. Je voudrais tirer ici de Bottazzini [18], le passage d'une de ses lettres que nombre d'entre nous ne pourrions qu'apprécier, y retrouvant certaines expériences personnelles : « Je ne vais pratiquement jamais aux cours, car j'en apprend plus en travaillant chez moi ».

De retour à Pise, il sera très jeune nommé professeur à l'Université, d'abord à la chaire de géodésie, puis à celle d'analyse mathématique.

Ulisse DINI

Directeur de l'École de 1874 à 1876, comme remplaçant de Betti, puis de 1910 à 1918, il me semble également judicieux de citer à son propos Tonelli [19] : « Génie doué d'une grande puissance critique et d'une superbe force inventive, Dini obtint des résultats fondamentaux dans de nombreux domaines de l'Analyse mathématique. Sous l'influence de ses Maîtres, il s'occupa initialement de géométrie différentielle. Plus tard, il publia nombre d'études magistrales sur les séries numériques, sur les fonctions de variable complexe, sur les équations différentielles linéaires et les équations aux dérivées partielles linéaires du deuxième ordre. Il convient ici de noter que, selon l'opinion autorisée de Jacques Hadamard, la question généralement connue comme "problème de Neumann", devrait plus proprement s'intituler "problème de Dini". J'ajouterai que Dini doit être considéré comme le précurseur de la théorie moderne des équations intégrales. Mais là où il a donné toute la mesure de sa valeur de mathématicien puissant, formidablement logique, créateur et inventeur, c'est dans le domaine des fonctions de variables réelles et des développements en séries. Au cours de la décennie 1870-1880, alors qu'en Allemagne la critique pénétrante de Dedekind, Cantor, Du Bois-Reymond, Heine, Schwarz, Weierstrass et d'autres, mettait en discussion les fondements de l'Analyse Mathématique en soulevant contre eux doutes et objections, et en tentant de les poser sous une forme logiquement inattaquable ; alors qu'en France, Darboux, dans son célèbre mémoire sur les fonctions discontinues montrait la nécessité de la rigueur mathématique moderne, en Italie, Ulisse Dini, alors très jeune professeur à l'université de Pise, procédait quant à lui, dans ses leçons universitaires, à une révision systématique de tous les principes de l'Analyse infinitésimale, et rassemblait les résultats de ses travaux dans un volume paru en 1878 sous le titre *Fondamenti per la teoria delle funzioni di variabili reali* (Fondements pour la théorie des fonctions de variables réelles - NdT). C'est de cet ouvrage que la fameuse "théorie des fonctions de variables réelles" tire son origine ».

Quant à Luigi Bianchi, il fut l'élève de Dini et de Betti à l'École Normale de 1873 à 1877 ; après deux ans de "perfezionamento" à Munich et à Göttingen, il revient à Pise pour être nommé professeur à l'École en 1881, puis en 1886 professeur de géométrie à l'Université, et enfin Directeur de l'École Normale en 1918, une charge qu'il conserva jusqu'à sa mort en 1928. Mathématicien de grande renommée, ce fut un homme d'une extraordinaire modestie, très aimé et profondément estimé de ses élèves. Doué d'une grande intuition géométrique et d'une forte préparation analytique, il obtint des résultats fondamentaux, d'abord en géométrie différentielle métrique, mais également dans les domaines des équations aux dérivées partielles, des intégrales elliptiques, des groupes continus, et en particulier du groupe modulaire dans les corps quadratiques imaginaires appelé "groupe de Bianchi". Il fut même un inépuisable auteur d'essais précieux pour des générations entières de mathématiciens, et pas seulement

italiens : désormais classiques sont ses leçons de géométrie différentielle, ses volumes sur les fonctions de variable complexe, sur les groupes continus, sur les nombres algébriques, sur les groupes de substitution, sur les équations algébriques de Galois, ou sur la théorie arithmétique des formes quadratiques. Parmi ses élèves, on doit citer G. Fubini, F. Cecioni, G. Ricci, W. Blaschke, O. Nicoletti, E. E. Levi. Au côtés de Betti, de Dini et de Bianchi, il convient de rajouter d'autres mathématiciens qui furent professeurs ou assistants à Pise, et qui eurent une influence directe sur l'École entre 1862 et 1928 ; mais, pour des raisons de temps, je suis ici contraint à l'allusion. Le premier d'entre tous est Vito Volterra ((1879-1882)) [20], élève de Betti, et professeur de Mécanique rationnelle à Pise de 1883 à 1893, date à laquelle il est appelé à Turin ; c'est certainement l'un des plus grands mathématiciens italiens du XIX<sup>e</sup> siècle. Durant ses dix années passées à Pise, il avait déjà obtenu des résultats notables en théorie du potentiel, en hydrodynamique, en électro-dynamique, et il avait introduit le concept de fonctions de ligne qui donna ainsi naissance à l'analyse fonctionnelle moderne.

Vito VOLTERRA

C'est G. A. Maggi qui sera amené, en 1893, à remplacer Volterra à Pise. Physico-mathématicien de grande valeur, il prit également part à la vie de l'École Normale jusqu'en 1924, date à laquelle il se transféra à l'Université de Milan (parmi ses élèves, on compte par exemple A. Signorini ((1905-1909))). Toujours dans le domaine de la physique mathématique, il faut également citer C. Padova (... 1866), d'abord professeur à l'École, puis professeur de Mécanique rationnelle à l'Université de 1872 à 1882, et futur maître de T. Levi-Civita ; O. Tedone ((1890-1892)), assistant de Mécanique rationnelle de 1894 à 1898, puis professeur à Gênes. Dans le domaine de la géométrie, il faut avant tout parler d'E. Bertini ((1867-1868)), professeur à Pise de 1875 à 1880, puis de 1892 à 1922. Son traité *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi* (Introduction à la géométrie projective des hyperespaces) datant de 1906, puis son ouvrage *Complementi du geometria proiettiva* (Compléments de géométrie projective), ont été longtemps considérés comme les textes fondamentaux de cette discipline. Parmi les élèves de Bertini, citons R. Torelli ((1901-1904)), qui fut son assistant de 1904 à 1915, C. Rosati ((1894-1897)), professeur de géométrie projective à Pise de 1923 à 1929, E. Ciani ((... 1896)), qui fut son assistant à Pise de 1886 à 1896, puis professeur de géométrie projective à Gênes. Parmi les géomètres, il convient encore de signaler G. Albanese ((1909-1913)), qui fut assistant de Dini et de Nicoletti de 1913 à 1918, puis professeur de géométrie analytique et projective à Pise, de 1928 à 1947, avec quelques interruptions pour des missions à Sao Polo au Brésil. Ses recherches en géométrie algébrique, et en particulier sur le genre arithmétique des variétés algébriques, sur les correspondances entre variétés algébriques, et sur l'élimination des singularités des courbes algébriques, sont d'une importance notable. Dans le domaine de l'analyse, il faut rappeler :

E. E. Levi ((1900-1904)), assistant de Dini de 1905 à 1909, certainement l'un des plus géniaux mathématiciens italiens du début du XX<sup>e</sup> siècle et qui, dès ses premiers travaux pisans, en particulier sur les équations aux dérivées partielles linéaires du 2<sup>ème</sup> ordre de type elliptique et sur l'équation de la chaleur, avait su révéler ses dons exceptionnels ;

O. Nicoletti ((1890-1894)), professeur d'analyse à Pise de 1900 à 1924, qui s'occupa également avec succès de géométrie différentielle, et dont les travaux sur le problème aux limites pour les équations différentielles ordinaires sont bien connus ;

F. Cecioni ((1902-1905)), assistant de Bianchi et de Nicoletti de 1906 à 1910, puis professeur d'analyse à Pise de 1926 à 1955, dont nous reparlerons plus en détail ci-dessous ;

M. Picone ((1903-1907)), assistant de Dini de 1907 à 1912, qui se fit très rapidement remarquer pour ses premiers travaux sur les équations différentielles linéaires et en particulier pour l'« identité de Picone » ;

G. Sansone ((1906-1910)), "perfezionando" en 1911, puis enseignant la même année à l'École, en théorie des nombres, et dont nous allons parler.

Tullio LEVI-CIVITA

Il y a encore d'autres élèves illustres qui, après leur maîtrise, ne séjourneront à Pise que pour une brève période au titre de boursiers ou d'assistants, avant de développer ailleurs leur activité, et dont l'influence directe sur l'École reste difficilement mesurable. Par ordre chronologique, il me semble devoir signaler au moins les noms suivants : G.

Ascoli ((1863-1867)), C. Arzelà ((1865-1869)), G. Ricci-Curbastro ((1873-1875)), C. Somigliana ((1879-1881)), G. Scorza ((1894-1898)), G. Vitali ((1897-1901)). Il convient enfin de rappeler que la grande guerre pèsera aussi de manière tragique sur le milieu de l'École Normale Supérieure ; parmi les mathématiciens archicubes, six mourront au combat : E. E. Levi, S. Medici, P. Michel, L. Orlando, G. Tafani et R. Torelli. De nombreux autres y prirent part en se comportant valeureusement, parmi lesquels F. Cecioni, M. Picone, G. Sansone et A. Signorini. Mais le poids de la guerre s'y fit ressentir tant pendant le conflit qu'après, y-compris du point de vue des activités, pour d'évidents motifs liés aux restrictions économiques, mais pas seulement. Cela accentua ce "ralentissement" dans la vie mathématique de l'École, qui avait du reste déjà commencé quelques années avant le conflit, après cette période « glorieuse » de la première moitié du siècle précédent. Voici ce qu'a écrit récemment Dantoni [\[21\]](#), qui entra à l'École en novembre 1929 comme étudiant de 3ème année en mathématique : « C'était un moment très difficile pour l'École Normale Supérieure et pour l'Université de Pise, car presque tous les Maîtres de Mathématique étaient morts : Bianchi, Bertini, Nicoletti, Rosati, tous étaient disparus. À l'Université de Pise, les quelques professeurs de Mathématique encore présents étaient surchargés de travail ; certains faisaient trois cours, un en faisait même quatre. À l'ENS, les étudiants de Mathématique étaient cinq ou six, et j'étais moi-même le plus âgé. Il me revenait donc de servir de mentor aux autres. Un jour je proposais à tout le groupe de nous réunir tous les samedis après-midi et, à tour de rôle, de traiter d'un argument précédemment sélectionné. La proposition fut immédiatement adoptée, et c'est moi qui devais attribuer les sujets à traiter ; à Dantoni, les nombres transfinis ; à Cesari, la théorie de la relativité restreinte ; à un troisième, la gravitation chez Newton, Einstein, Majorana ; etc ... ». Nous arrivons ainsi à la période L. Tonelli. L'Ruvre de Gentile déjà rappelée fut essentielle, jusques et y-compris pour la reprise de la vie mathématique à l'École : c'est à lui surtout, et à son intervention auprès de Mussolini qu'on doit le fait qu'en 1930 l'Université de Pise parvient à nommer Tonelli sur une chaire d'analyse, en surmontant les oppositions politiques locales dûes à l'antifascisme affiché de Tonelli (signataire du manifeste « Croce ») ; et ce fut Gentile qui lui confia la direction des cours et des séminaires internes. Tonelli était alors l'analyste italien le plus connu et le plus apprécié au niveau international pour ses recherches en théorie des fonctions de variable réelle et en calcul des variations. C'est en particulier dans ce dernier secteur qu'il avait déjà mis en évidence l'importance et la signification de la semicontinuité ; il avait exposé sa méthode dite directe dans un traité de 1922 intitulé *Fondamenti di calcolo delle variazioni* [Fondements du calcul des variations] consacré aux intégrales simples. Il avait obtenu d'autres résultats fondamentaux sur l'aire des surfaces sous forme ordinaire, et sur les fonctions absolument continues de deux variables. À Pise, il se mit très vite au travail dans un enthousiasme débordant, mettant en évidence ses dons exceptionnels à la fois de maître sachant orienter ses élèves vers des recherches à la fois intéressantes et actuelles, et d'enseignant qui savait exposer de manière concise, claire et essentielle jusqu'aux concepts les plus difficiles (il était impossible de s'ennuyer à ses cours !). Il était naturel qu'il oriente ses cours et son séminaire à l'École vers des secteurs de sa compétence. À l'Université, dans ses cours d'Analyse supérieure, il faisait alternativement un cour sur les séries trigonométriques (à propos desquelles il avait publié en 1928 un gros volume), un cour sur le calcul des variations, et un autre sur les équations différentielles ordinaires ainsi que sur les équations intégrales. À l'École, parallèlement au cours tenu par le professeur interne, qui fut d'abord G. Ricci de 1928 à 1936, puis, pour peu de temps, L. Cesari, et enfin L. Giuliano, il orientait ses séminaires avant tout vers la théorie des ensembles et vers la théorie de l'intégrale de Lebesgue. Les normaliens mathématiciens de ces années-là furent presque tous attirés par son aura ; parmi ceux qui furent ses élèves directs, on trouve :

À B. Manià ((1926-1930)), génie brillant, assistant à Pise de 1931 à 1936, puis professeur à Pavie (1936-1938), où il trouva une mort tragique. Il a laissé d'importants résultats, surtout concernant les problèmes de Mayer et de Lagrange, sur le phénomène dit de Lavrentiev, et sur les fonctions quasi-analytiques.

À S. Cinquini, "perfezionando" de l'École, puis assistant à Pise de 1931 à 1938, enfin professeur à Pavie à partir de 1939 ; il a étendu durant sa période pisane la méthode de Tonelli concernant les intégrales simples du calcul des variations sur des intervalles infinis, et concernant les intégrales dépendant de dérivées d'ordre supérieur. Il a également inauguré l'étude des polynômes de Stieltjes et de Fejer, ainsi que celle du théorème d'existence pour les équations différentielles ordinaires, poursuivie ensuite avec succès à Pavie.

À L. Cesari ((1929-1935)), professeur à l'École pour une courte durée, puis vice-directeur de l'I. A. C. à Rome. De retour à Pise, il remplacera Tonelli comme professeur chargé de l'Analyse mathématique entre 1939 et 1942, années

durant lesquelles Tonelli s'était provisoirement transféré à Rome (tout en poursuivant son cours d'Analyse supérieure, ainsi que son séminaire à l'École). Il sera enfin professeur à Bologne dans l'immédiat après-guerre, avant de quitter définitivement l'Italie pour les États-Unis. C'est certainement l'élève de Tonelli le plus réputé pour ses résultats obtenus dans divers secteurs de l'Analyse. Pendant sa période pisane, et après s'être occupé des séries doubles de Fourier, il résolut de manière à la fois profonde et originale, le difficile problème de la caractérisation des surfaces d'une aire finie donnée sous forme paramétrique, problème qui absorbait dans ces années-là l'attention des mathématiciens du monde entier. On doit également compter au nombre de ses élèves, aussi bien que de Tonelli, J. Cecconi, d'abord assistant à Pise, puis professeur au Brésil, et enfin à Gênes ; il poursuivit à Pise l'orientation de Cesari concernant les transformations planes à variation limitée, la définition axiomatique de l'aire des surfaces, les intégrales doubles sous forme paramétrique.

À G. Torrigiani ((1938-1942)), qui a soutenu sa maîtrise sur les fonctions de deux variables à variation limitée sous la direction de Cesari, avant de devenir professeur à Pise jusqu'en 1992.

À S. Faedo ((1932-1936)) qui, quelques mois après sa maîtrise, fut appelé à Rome par F. Enriques comme assistant de géométrie supérieure. Pendant son séjour à Rome, il fut également consultant à l'I. A. C.. Immédiatement après la mort de Tonelli, il fut nommé à Pise à la chaire d'Analyse, remplaçant définitivement son Maître en 1950. En suivant les idées de Tonelli, Faedo a obtenu des résultats très intéressants en calcul des variations des intégrales simples sur un intervalle infini, et de certaines intégrales doubles dépendant de deux courbes qu'il baptisa lui-même «*À* intégrales de Fubini-Tonelli*À* ». C'est un sujet sur lequel il m'a également fait travailler entre 1947 et 1949, en me suivant avec attention et en m'apportant des suggestions précieuses dont je lui sais grès. Mais ses travaux les plus importants concernent l'existence et l'approximation des solutions des équations aux dérivées partielles linéaires du 2<sup>e</sup> ordre de type hyperbolique et parabolique, pour lesquelles il a introduit une méthode devenue depuis classique, et appelée «*À* méthode de Faedo-Garlerkin*À* ». Mais je reviendrai sur son cas un peu plus bas.

À L. Giuliano ((1933-1937)) qui fut assistant à l'Université de Pise à partir de 1938, puis professeur interne à l'École Normale, et enfin professeur à l'Académie de Livourne. Il s'est occupé avec succès des intégrales doubles du calcul des variations sous forme ordinaire, et surtout de la caractérisation de la continuité des intégrales simples sous forme paramétrique dépendant de courbes de l'espace et du problème des valeurs initiales pour les systèmes d'équations différentielles ordinaires.

À E. Baiada ((1934-1937)), qui fut assistant à Pise jusqu'en 1957, puis professeur à Palerme et à Modène. Durant sa période pisane, il a étudié, en reprenant et en développant notablement les travaux de Manià, les difficiles problèmes de Mayer et de Lagrange à contraintes isopérimétriques ; ses résultats les plus intéressants concernent les problèmes libres non réguliers du calcul des variations qui généralisent ceux de E. MacShane. Mais d'autres normaliens firent leur maîtrise ou travaillèrent avec Tonelli, avant d'obliquer ensuite, sur ses conseils, vers d'autres champs de la recherche.

À G. Dantoni ((1929-1934)), qui a entrepris ses premiers travaux avec Tonelli, bien avant sa maîtrise, et qui devint par la suite un élève de F. Enriques. Il fut assistant à Rome jusqu'en 1947, date à laquelle il est retourné à Pise comme professeur de géométrie à l'Université de 1947 à 1953, tout en faisant parallèlement cours et séminaires à l'École. Dantoni a obtenu des résultats vraiment significatifs en géométrie algébrique, et en particulier sur l'élimination des singularités des courbes algébriques et sur l'impossibilité de décomposer une transformation crémonienne en un produit de transformations quadratiques. À Pise il eut entre autres pour élève C. Mammana ((1928-1933)).

À A. Del Chiaro ((1928-1933)) qui, après avoir brillamment passé sa maîtrise avec Tonelli et commencé à travailler en calcul des variations, s'est transféré à Rome où il s'est affirmé en Calcul des probabilités et en Mathématique actuarielle.

À G. Ottaviani ((1933-1936)), qui fut professeur à Rome de Mathématique financière.

À E. Santacroce ((1931-1935)) qui, ayant obtenu sa maîtrise avec Tonelli, s'est transféré à Rome en Sciences Statistiques et Actuarielles, avant de s'affirmer comme manager de l'I. B. M.

G. Stampacchia ((1940-1944)), R. Conti ((1941-1947)) et moi-même, nous avons commencé par suivre les cours de Tonelli en nous étant déjà orienté vers une maîtrise sous sa direction ; malheureusement la guerre et sa disparition prématurée ont fait voler en éclat nos projets. Durant sa période pisane, Tonelli lui-même approfondit et élargit ses propres recherches personnelles, obtenant des résultats fondamentaux sur l'existence du minimum pour les intégrales doubles du calcul des variations, sur les propriétés des extrémales des intégrales simples, sur le problème de Plateau, et sur les problèmes aux limites pour les équations différentielles ordinaires du 2ème ordre. Je pense que le plus bel hommage rendu à l'Ruvre de Tonelli reste la conférence de Cesari [22] qui a parfaitement mis en lumière son influence sur la pensée scientifique du XXème siècle. En tant que directeur des Annales de l'École, Classe de Sciences, Tonelli réussit en peu de temps à les transformer en l'une des revues internationales les plus appréciées. Ses oeuvres furent publiées [23] par les soins de l'Union Mathématique Italienne.

Après avoir parlé de cette orientation dominante vers l'analyse à l'époque Tonelli, il convient maintenant d'y ajouter d'autres recherches marquantes et qui furent développées dans d'autres secteurs. Nous avons déjà parlé de G. Albanese et de G. Dantoni. Revenons à présent à F. Cecioni. Figure exemplaire de par son génie, sa grande rectitude et sa modestie, il fut l'un des rares en Italie à maintenir en vie les études algébriques durant cette période, parallèlement à G. Scorza. Il s'occupa avec un égal succès de la théorie des représentations conformes et des fondements de la mathématique. Ses cours de Mathématiques complémentaires à l'Université ainsi que ses séminaires à l'École sur les fondements, ont toujours été suivis avec le plus vif intérêt et eurent un énorme impact sur l'enseignement de la mathématique dans les écoles italiennes de tous niveaux. C'est sous sa direction que G. Zappa ((1933-1937)), A. Andreotti ((1942-1947)) et I. Barsotti ((1938-1946)) passèrent leur maîtrise.

Il ne faudrait pas oublier S. Cherubino, professeur à l'Université à partir de 1940, pour ses travaux sur la théorie des matrices et pour son influence sur les normaliens de l'époque.

Gregorio RICCI-CURBASTRO

G. Ricci ((1921-1925)), élève de Bianchi, fut professeur interne à l'École Normale de 1928 à 1936, date à laquelle il fut nommé professeur à l'Université de Milan, où il devint l'un des maîtres les plus estimés. Dans sa période pisane, il développa des recherches de géométrie différentielle, sur la théorie des fonctions analytiques, sur la théorie des séries dont les séries de Fourier, inspirées des cours de Tonelli sur ce sujet. Mais ses résultats les plus brillants et les plus célèbres concernent la théorie des nombres attachée au 7ème problème de Hilbert et à la conjecture de Goldbach. G. Zappa commença à préparer son mémoire sur les groupes finis avec lui, mémoire qu'il discutera et achèvera ensuite avec Cecioni.

Il me paraît enfin impossible de faire l'histoire de cette période, de 1929 à 1945, sans faire allusion à la situation politique particulière d'alors, ainsi qu'à la nouvelle expérience tragique de la guerre 39-45, ne serait-ce que pour voir si et comment ces événements ont également influencé la vie mathématique à l'École Normale. Sur la situation générale de l'École et les événements qui ont engagé d'éminentes personnalités de la Classe de Lettres (je rappellerai plus particulièrement ceux que j'ai moi-même connus directement : V. C. Alfieri, A. Capitini, D. Cantimori, C. Luporini, A. Mancini, G. Pasquali, C. L. Ragghianti, L. Russo, et évidemment G. Gentile), nombreux sont les articles et les ouvrages parus récemment ; je me limiterai ici à signaler : • V. BRANCA, *La Normale è la mia patria*, «*À 24 Ore*» du 26/4/1998 ; • A. GUERRAGGIO-P. NASTASI [dir.], *Gentile e i matematici italiani*, *Lettere 1907-1943*, Bollati-Boringhieri, 1993 ; • P. NASTASI, *La matematica nel ventennio*, *Sapere*, febr. 1996, pp. 56-57 ; • P. SIMONCELLI, *La Normale di Pisa : tensioni e consensi (1928-1938)*, F. Angeli edit., Milano, 1998 ; • T. TOMASI-N. SISTOLI PAOLI, *La Scuola Normale di Pisa dal 1813 al 1945*, *Scuola Norm. Sup. Pisa*, 1990 ; • C. VIOLANTE, *Normalisti ieri e oggi*, «*À Normale*» - *Boll. Ass. Normalisti*, n. 1, 1998, pp. 3-6 ; • *Atti Convegno su «*Il contributo dell'Università di Pisa e della Scuola Normale Superiore alla lotta antifascista e alla guerra di liberazione*»*, Ed. Giardini, Pisa, 1989,

et à ajouter quelques réflexions personnelles.



1. Avant tout, concernant l'œuvre de Gentile. On connaît la célèbre phrase de L. Russo à son propos : « L'École Normale aura été son innocence » ; elle témoigne de l'attitude de Gentile envers l'École, qui ne fut pas influencée par son adhésion au fascisme. Les mathématiciens pourraient à plus forte raison s'associer à un tel jugement essentiellement positif. La position de Gentile pour l'appel de Tonelli à Pise et la grande liberté qu'il lui laissa pour la direction de Séminaire mathématique en sont une preuve éclatante.

2. Tonelli sut parfaitement répondre à la confiance qui lui était accordée en prenant vraiment à cœur le sort de l'École. Et ceux qui l'ont connu en tant que collègues ou en tant qu'élèves savent bien que c'est précisément cet amour pour l'École qui le poussa à en accepter la direction qu'on lui proposa après le refus de Russo, et durant la difficile période qui va de septembre 1943 à septembre 1944 ; son intervention, ainsi que la collaboration de Giuliano, furent essentielles à la conservation et à la sauvegarde du patrimoine de l'École, en particulier en ce qui concerne la bibliothèque.

3. Il ne me semble pas que les mathématiciens aient connu de fortes tensions dues aux différentes positions politiques ; pas plus qu'il n'y a eu parmi nous des fascistes pleinement convaincus et actifs, ni avant ni après le 18 septembre 1943, sinon de manière tout à fait exceptionnelle. En ce qui me concerne, j'étais arrivé à Pise habité par des idées antifascistes issues de mon milieu familial et des milieux catholiques que j'avais fréquentés à Pavie. J'étais fort aise de constater très vite qu'à l'École on vivait dans un climat de liberté et de profond respect des opinions de chacun ; et ceci se manifesta tant durant la période 1941-1942, quand l'échange d'idées se faisait évidemment beaucoup plus limité et prudent, qu'au cours des trois années qui vont de novembre 1945 à octobre 1948, quand les discussions étaient extrêmement vives, fréquentes et remplies d'espoir, entre nous les élèves et les enseignants, tout particulièrement avec Capitini.

4. Évidemment, les Normaliens des années 1930-1945, en particulier du fait de la guerre, vécurent tous des expériences plus ou moins douloureuses et parfois longues qui les contraignirent à interrompre études et recherches. Moi-même, après le 8 septembre 1943, j'ai connu une période difficile. Je crois devoir ici rappeler ces mathématiciens qui ont perdu la vie, entre 1940 et 1945 : L. Berti ((1938-1943)), G. Chiodoni ((1939-1941)), R. Verde ((1940-1941)), F. S. Squeo ((1936-1940)), E. D'Amico-Orsini ((1941-1943)).

5. Il convient également de rappeler que la mathématique italienne fut fortement touchée par les lois raciales de 1938 ; même si je n'ai pas le souvenir qu'elles aient impliqué des mathématiciens pisans, il est vrai que parmi les dix mathématiciens professeurs d'université écartés de l'enseignement en 1938, trois étaient d'anciens normaliens : F. Enriques, A. Maroni et G. Fubini. Il faudrait rajouter V. Volterra qui avait été écarté dès 1931 pour ne pas avoir prêté serment de fidélité au Régime. Pour de plus amples renseignements, je renvoie à la conférence de Vesentini [24].

Nous voici arrivés maintenant à l'ultime période. L'École Normale reprit ses activités à l'automne 1945 ; Tonelli souffrait déjà du mal qui devait l'emporter le 12 mars 1946, et il s'était retiré dans sa maison d'Asciano. Je me souviens encore avec émotion de la visite que Stampacchia et moi-même lui fîmes début novembre pour obtenir de lui quelques conseils sur notre avenir. Il conseilla à Stampacchia, qui avait réussi entre-temps à soutenir sa maîtrise à Naples, pour le compte de l'Université de Pise (chose alors possible), et à qui R. Caccioppoli et C. Miranda avaient proposé de s'y installer, d'accepter sans hésitation. C'est ainsi que Stampacchia quitta Pise, où il ne devait revenir comme professeur qu'en novembre 1960.

La mort de Tonelli troubla profondément le monde mathématique pisan. Tandis que Giuliano poursuivait son cours interne de Compléments de Mathématique, Luigi Russo, qui avait repris ses fonctions de Directeur de l'École dès la fin '44, à la libération de Pise, invita Picone à poursuivre le séminaire de Tonelli. Picone accepta et choisit de tenir un cours à la S. N. S. sur la théorie de l'intégration de Lebesgue [25] telle qu'il l'avait pensée depuis quelques années, suscitant d'ailleurs les critiques de Tonelli. C'est ainsi qu'en tant que Normaliens, nous pûmes apprécier l'enthousiasme, la passion pour la mathématique, ainsi que les dons magistraux de Picone qui l'avaient conduit à mettre en place, d'abord à Naples, puis à Rome, l'une des meilleures écoles mathématiques italiennes, instituant et développant l'I. A. C. du C. N. R. (équivalent du C. N. R. S. français - N.D.T.). Mais nous fîmes également

l'expérience de ses faibles qualités didactiques qui nous firent regretter la clarté et la simplicité dont faisait preuve Tonelli sur les mêmes arguments.

En novembre 1946 G. Sansone, alors professeur à Florence, fut appelé à diriger le séminaire mathématique de l'École. Durant ces deux années, il y diffusa une énergie extraordinaire, en tenant personnellement un cours sur les équations différentielles et en orientant dans la recherche les plus jeunes - ce fut le cas de R. Conti et de moi-même -, conseillant tous ceux qui s'adressaient à lui, et invitant des personnalités mathématiques d'autres écoles à faire cours et cycles de séminaires. Je crois qu'il faut ici rappeler le cours sur les Fondements de Géométrie Algébrique tenu par F. Severi [26]. C'est à cette occasion que Severi eut la possibilité de rencontrer Andreotti et de l'inviter à Rome pour poursuivre ses recherches, après sa maîtrise, ainsi que le cours de « Topologie des translations planes généralisées » tenu par G. Scorza-Draconi, qui m'invita par la suite à devenir son assistant à Padoue.

Francesco SEVERI

En 1947-1948, comme je l'ai déjà rappelé, G. Dantoni revint à Pise comme professeur de géométrie.

À partir de novembre 1948 commencèrent les années pour lesquelles il me devient plus difficile de poursuivre ma présentation, tant parce que je quittais Pise, et que par conséquent je n'eus plus d'expérience directe des événements postérieurs à 1948, que parce que l'histoire de ces années-là concerne beaucoup de mathématiciens encore actifs dans des secteurs où je n'ai pas de compétence suffisante. Je me limiterai donc à ne signaler que quelques protagonistes de cette période, professeurs à l'Université et à l'École Normale, en m'excusant auprès de vous pour les omissions touchant en particulier des amis déjà disparus tels que U. Barbuti ((1937-1940)), V. Checcucci ((1935-1939)), G. Gemignani ((1945-1948)), S. Ciampa ((1948-1957)), G. Ghelardoni.

En 48-49 arriva à l'École, pour recouvrir l'unique chaire de mathématique disponible, A. Ghizzetti qui fut le premier mathématicien à occuper une chaire à la S.N.S. Il n'y resta cependant qu'une seule année.

Toujours en 1948-1949, C. Miranda vint pour un mois à l'École en vue de tenir un cours sur les « Problèmes d'existence en analyse fonctionnelle », cours qui connut un succès et une diffusion exceptionnels [27].

En 1949, c'est C. Cattaneo qui fut appelé à occuper la chaire de Mécanique Rationnelle à l'Université. Élève de Signorini, dont il sera le successeur à Rome en 1959, on compte parmi ses élèves P. Benvenuti ((1952-1955)) et B. Forte ((1946-1950)).

En 1950, c'est finalement S. Faedo qui rentre définitivement à Pise, sur la chaire de Tonelli. Il commença immédiatement à insuffler ses énergies et son enthousiasme, non seulement dans ses cours et dans l'orientation des jeunes chercheurs (ont entre autres passé leur maîtrise avec lui A. Chiffi ((1950-1954)), G. Dall'Aglio ((1950-1954)), L. Lombardi ((1952-1957)), M. Miranda ((1955-1960)), et G. F. Capriz ((1948-1949)) qui, après des expériences en Angleterre et à Rome, est retourné à Pise où il est encore professeur de physique mathématique), mais également dans un projet plus vaste qui visait à redonner vitalité à la mathématique, tant à l'Université qu'à l'École ; c'est ainsi qu'il y fit enseigner les meilleurs mathématiciens « présents sur le marché », l'ouvrant ainsi à la collaboration internationale et étendant au maximum les structures disponibles. Mais l'œuvre de Faedo touchant l'Université de Pise ne s'arrêta pas là : c'est à lui, qui en fut le Recteur pendant de nombreuses années, qu'on doit en grande partie les initiatives visant à la construction de la C. E. P. (Calcolatrice Elettronica Pisana) et à l'institution du C. N. U. C. E. du C. N. R., ainsi qu'un cours de maîtrise en informatique, l'un des premiers en Italie. C'est là une histoire récente dont nombre d'entre vous furent les témoins, et que même les plus jeunes connaissent.

En 1956, c'est F. Cafiero qui est appelé à succéder à Cecioni à l'Université. Durant ses trois années pisanes, il diffusa les idées sur la théorie de la mesure et sur le calcul des probabilités de R. Caccioppoli. Son élève, G. Letta ((1958-1959)) créera par la suite à Pise l'une des meilleures écoles probabilistes d'Italie.

En novembre 1956, Faedo réussit à convaincre A. Andreotti de se transférer de Turin à Pise, facilitant ainsi sa permanence provisoire aux États-Unis afin de lui permettre d'achever ses recherches. C'est ainsi qu'Andreotti arriva

à Pise en 1959, ainsi qu'E. Vesentini ; c'est encore à Faedo qu'on doit cette venue, car antérieurement il avait demandé à Vesentini d'être son assistant à Pise.

C'est en 1960 que se transféra de Messine à l'École E. De Giorgi ; il y fut ainsi le deuxième professeur d'analyse, après Ghizzetti. Sa présence stable fut déterminante pour la vie et le sort de l'École. Nombreux ont été ceux qui, après sa disparition prématurée en octobre 1996, ont parlé et écrit autour de son génie mathématique et de sa profonde humanité ; l'une de ses commémorations les plus complètes me paraît être celle qui sera bientôt publiée sur le Bulletin de l'U. M. I. (Union Mathématique Italienne) [28]. Enfin, en novembre 1960 arrivèrent G. Stampacchia et I. Barsotti. Voilà donc la formation de la "formidable équipe" dont je parlais au début : Andreotti, Barsotti, De Giorgi, Stampacchia, Vesentini. La plupart d'entre vous les a connus. On possède déjà les Ruvres d'Andreotti [29] et de Stampacchia [30].

J'ai personnellement eu la chance d'avoir eu Andreotti, Barsotti et Stampacchia comme camarades d'École, et d'avoir pu ainsi étudier avec eux. Je fus lié à De Giorgi dès le début des années '50 par une amitié fraternelle et des intérêts scientifiques et culturels communs. Parler de chacun d'entre eux ou de tous ensemble réclamerait également des compétences dans des secteurs que je ne connais pas, mais surtout, cela m'impliquerait à tel point que je courrais le risque de tomber dans l'anecdote ou dans les « confidences », loin de toute histoire. C'est pourquoi je m'arrêterai ici ; je voudrais seulement vous dire toute l'admiration que j'ai éprouvée pour eux : c'étaient des personnalités hors du commun, perspicaces, profondes, géniales, et pleines d'intuitions en tant que mathématiciens. Quand je discutais avec eux de nos « choses » - qu'il se fût agi d'objets d'étude ou de recherches -, je me rendais compte qu'eux « voyaient » ce que le commun des mortels comme moi ne voyaient pas ou voyaient de manière nébuleuse.

[1] G. SANSONE, *Algebristi, analisti, geometri differenziali, meccanici e fisici-matematici ex-normalisti del periodo 1860-1928*, Scuola Norm. Sup. Pisa, 1977 ; *Geometri algebristi ex-normalisti del periodo 1860-1928*, Scuola Norm. Sup. Pisa, 1977.

[2] F. G. TRICOMI, *Matematica italiana del primo secolo dello Stato unitario*, Sem. Acc. Sc. Torino, s. 4<sup>e</sup>, n. 1, 1962.

[3] L. BIANCHI, *Opere*, vol. I, II, É, XI, publié par l'U. M. I., Edizioni Cremonese, Roma, 1952, 1959.

[4] T. TOMASI-N. SISTOLI PAOLI, *La Scuola Normale di Pisa dal 1813 al 1945*, Scuola Norm. Sup. Pisa, 1990.

[5] E. VESENTINI, *Zero, una, due, ..., dieci Scuole Normali ?*, Il Mulino, 1996, pp. 780-788.

[6] L. RADICATI DI BROZOLO, *L'influenza della Scuola Normale Superiore sull'Università italiana*, Atti Convegno « Università e Collegi : storia e futuro », Centro per la Storia dell'Università di Pavia, 1994, pp. 47-56.

[7] S. N. S. - 1813-1988, Scuola Norm. Sup. Pisa, 1973.

[8] U. BOTTAZZINI, *Il diciannovesimo secolo in Italia*, in D. J. Struik, *Matematica : un profilo storico*, ed. Il Mulino, 1981, pp. 249-312 ; Enrico Betti e la formazione della Scuola Matematica Pisana, Atti Conv. « La storia della Matematica in Italia », Cagliari, sett.-ott. 1982, pp. 249-312 ; Weierstrass' school of analysis and its influence on Italian Mathematics, Int. Congress of Math., Berlin, August 1998 (en cours de publication).

[9] K. H. PARSHALL, *How we get, where we are : an international overview of Mathematics in National Contests (1875-1900)*. Notices of A. M. S., vol. 43, March 1996, pp. 287-294.

[10] L. TONELLI, *Il contributo dello studio pisano al progresso delle scienze matematiche*, discorso tenuto in occasione del 600<sup>e</sup> anniversario della fondazione dell'Ateneo Pisano, Pisa, 1943, preprint Dipart. di Matematica, Univ. di Pisa, 1993.

[11] E. BETTI, *Opere Matematiche*, vol. I & II, publié par l'Acc. Naz. dei Lincei, Roma, 1903 et 1914.

[12] L. BIANCHI, *Opere*, vol. I, II, É, XI, publié par l'U. M. I., Edizioni Cremonese, Roma, 1952, 1959.

[13] U. DINI, *Opere*, vol. I-V, publié par l'U. I. M., Edizioni Cremonese, Roma, 1953 ... 1959.

[14] V. VOLTERRA, *Opere matematiche*, vol. I, ..., V, publié par l'Acc. Naz. dei Lincei, Roma, 1954, ..., 1962.

[15] U. BOTTAZZINI, op. cit.

[16] L. TONELLI, op. cit.

[17] F. G. TRICOMI, *Bernard Riemann e l'Italia*, Rend. Sem. Mat. Torino, 25, 1966, pp. 59-72.

[18] U. BOTTAZZINI, *Enrico Betti e la formazione della Scuola Matematica Pisana*, Atti Conv. « La storia della Matematica in Italia », Cagliari,

sett.-ott. 1982, p. 261.

[19] L. TONELLI, op. cit.

[20] J'indiquerai dorénavant par (...) la période passée à l'École en tant qu'élève ou que "perfezionando" par chacun des mathématiciens cités.

[21] G. DANTONI, Ricordo di Leonida Tonelli, Lettera Pristem, 1, marzo 1991, pp. 7-9.

[22] L. CESARI, L'opera di Leonida Tonelli e la sua influenza nel pensiero scientifico del secolo. Atti Convegni Acc. Naz. dei Lincei, Roma, n. 77, 1986, pp. 41-73.

[23] L. TONELLI, Opere scelte, vol. I, ..., IV, publié par l'U. M.À I., Edizioni Cremonese, Roma, 1960-1963.

[24] E. VESENTINI, Il caso della matematica, Atti Convegni Naz. dei Lincei, Roma, n. 84, 1990, pp. 97-105.

[25] M.À PICONE, Teoria moderna dell'integrazione delle funzioni, Pisa, Ed. Libreria Goliardica, 1946.

[26] F. SEVERI, Fondamenti di geometria algebrica, Cedam, Padova, 1948.

[27] C. MIRANDA, Problemi di esistenza in analisi funzionale, Scuola Norm. Sup. Pisa, 1948-1949 (réédition 1975).

[28] ENNIO DE GIORGI, Commemorazione, sous la dir. de L. Ambrosio, G. Dal Maso, M.À Forti, M.À Miranda et S. Spagnolo (en cours de publication dans le Bulletin de l'U. M.À I.).

[29] A. ANDREOTTI, Selecta, vol. II, p. I, II, Scuola Normale Superiore di Pisa, 1982, 1992, 1994.

[30] G. STAMPACCHIA, Opere scelte, vol. I & II, publié par l'U. M.À I., Edizioni Cremonese, Roma, 1996 et 1997.